

### 1. Finalités du guide

- **Donner un sens riche et durable aux fractions et aux décimaux**, en évitant les conceptions erronées qui persistent jusqu'au collège.
  - **Construire une continuité** : fractions  $\leftrightarrow$  fractions décimales  $\leftrightarrow$  nombres décimaux.
  - **Développer flexibilité** : savoir passer d'une écriture à l'autre, choisir la plus adaptée à la situation.
  - **Installer des représentations mentales stables** (droites graduées, schémas de partage, tableaux) et des automatismes de calcul.
  - **Préparer la proportionnalité, les pourcentages et la mesure** en fin de cycle 3 et au collège.
- 

### 2. Conceptions initiales et difficultés fréquentes chez les élèves

- Les fractions vues comme **deux entiers séparés** (" $3/4 = 3$  et  $4$ " au lieu de 3 parts sur 4).
  - L'écriture décimale interprétée comme **juxtaposition d'entiers** (" $3,25 = 3$  et  $25$ ").
  - L'idée fausse que tout nombre a un **successeur immédiat** (héritage de l'expérience des entiers).
  - La difficulté à comprendre que multiplier par un décimal peut **réduire un nombre** ( $0,5 \times 8 = 4$ ).
  - L'incompréhension de l'**infinité des nombres** entre deux décimaux (entre 3,2 et 3,3, il y a 3,21, 3,215, etc.).
  - La tentation d'apprendre des **procédures mécaniques** (poser l'opération sans sens, reproduire un tableau sans comprendre).
- 

### 3. Les grandes étapes d'apprentissage

#### a) Introduire les fractions

- Commencer par la **fraction-partage** : découper une unité en parts égales ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ).
- Passer progressivement à la **fraction-quotient** :  $7 \div 2 = 7/2$ .

- Introduire la **fraction-nombre** :  $3/4$  est un nombre, situé entre 0 et 1, repérable sur une droite graduée.

#### b) Passer aux fractions décimales

- Introduire  $1/10$ ,  $1/100$ ,  $1/1000$ .
- Construire l'idée de valeur positionnelle des chiffres après la virgule.
- Expliquer que  $43/10$ ,  $436/100$  correspondent à des écritures équivalentes (4,3 et 4,36).

#### c) Construire les décimaux

- Passer des fractions décimales aux **nombre à virgule**.
- Mettre en évidence la **convention d'écriture** : la virgule sépare la partie entière des fractions d'unité.
- Insister sur le fait que chaque rang est 10 fois plus petit que le précédent.
- Faire coexister **plusieurs écritures d'un même nombre** :
  - $0,7 = 7/10 = 70/100$ .

#### d) Comparer et ordonner

- Utiliser la droite graduée comme référence.
- Comparer en ramenant à une même unité (ex.  $35/10$  et 3,5).
- Construire l'idée que la **longueur de l'écriture** n'a pas de rapport avec la grandeur ( $3,25 > 3,2$  même si " $25 > 2$ ").

#### e) Calculs avec fractions et décimaux

- Commencer par les **additions/soustractions de fractions décimales** ( $3/10 + 4/10 = 7/10$ ).
- Étendre aux décimaux par passage en écriture fractionnaire.
- Initier aux multiplications simples :
  - Multiplier un entier par un décimal ( $3 \times 2,5$ ).
  - Multiplier deux décimaux en justifiant ( $2,5 \times 0,4$ ).
- Introduire divisions donnant un quotient décimal ( $7 \div 2 = 3,5$ ).

---

#### 4. Variables didactiques majeures

- **Type de fraction** : simple ( $1/2$ ,  $1/3$ ), décimale ( $3/10$ ), équivalente ( $1/2 = 5/10$ ).

- **Support** : surface (disque, rectangle), longueur (bande, droite graduée), collection (jetons).
  - **Complexité des nombres** : une seule fraction / plusieurs fractions à comparer.
  - **Nature de la tâche** : écrire, comparer, représenter, calculer.
  - **Présence/absence de repères visuels** : graduations régulières, droites incomplètes, partitions équitables ou non.
- 

## 5. Situations-clés proposées dans le guide

1. **Bandes et droites graduées** : placer  $1/2$ ,  $3/4$ ,  $2/10$ , puis  $2,5$ .
  2. **Découpage d'unités** : partager un carré, représenter  $1/3$  ou  $3/5$ .
  3. **Zooms successifs sur droites** : encadrer  $3,27$  entre  $3,2$  et  $3,3$ , puis entre  $3,27$  et  $3,28$ .
  4. **Tâches de production d'écritures équivalentes** : trouver plusieurs écritures de  $12,8$ .
  5. **Problèmes de mesures** : exprimer une longueur en mètres et en décimètres.
  6. **Problèmes de partage** : 12 bonbons pour 4 enfants (3 chacun) ; 7 bonbons pour 2 enfants ( $3,5$  chacun).
- 

## 6. Stratégies pédagogiques conseillées

- **Coexistence d'écritures** : toujours montrer fraction décimale et nombre décimal associés.
  - **Institutionnaliser les conventions** (valeur des chiffres après la virgule).
  - **Utiliser les erreurs comme leviers** : exemple  $\rightarrow$  élève qui dit  $3,25 < 3,2 \rightarrow$  travail sur la droite graduée.
  - **Passages fréquents entre registres** : manipulations  $\leftrightarrow$  schémas  $\leftrightarrow$  écrits numériques.
  - **Valoriser le calcul mental réfléchi** :  $2,4+1,7 = (2+1)+(0,4+0,7)=4,1$ .
- 

## 7. Traces écrites et affichages

- Tableau de numération avec colonnes unités, dixièmes, centièmes, millièmes.
- Affiches "plusieurs écritures d'un même nombre" ( $0,5=5/10=50/100$ ).
- Droite graduée murale utilisée en permanence.

- Recueil d'exemples d'élèves ("cahier de nombres").
- 

## 8. Évaluation des acquis

- **Indicateurs clés :**
    - L'élève peut placer une fraction sur une droite.
    - Il peut donner plusieurs écritures équivalentes.
    - Il peut comparer deux décimaux sans passer par l'alignement "à vue".
    - Il sait justifier un résultat de calcul avec fractions ou décimaux.
  - **Modalités :**
    - Exercices courts (placer  $3/4$ ).
    - Problèmes contextualisés (prix, mesures).
    - Tâches complexes (organiser données, choisir les écritures adaptées).
- 

## 9. Progressivité cycle 3

### CM1

- Fractions simples ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ).
- Introduction des fractions décimales (dixièmes, centièmes).
- Décimaux à 1 chiffre après la virgule.
- Comparaisons simples et encadrements.

### CM2

- Fractions équivalentes ( $2/4=1/2$ ).
- Décimaux à 2–3 chiffres après virgule.
- Calculs posés avec décimaux (additions/soustractions, multiplications par entiers).
- Premières divisions avec quotient décimal.

### 6<sup>e</sup>

- Généralisation : toutes fractions sont des nombres.
- Égalité de fractions, simplifications systématiques.
- Multiplications et divisions de décimaux.

- Proportionnalité, pourcentages, introduction aux puissances de 10.
- 

## 10. Points de vigilance majeurs

- Ne jamais introduire les décimaux **par les prix** seuls ("3,25 €"), car cela conduit souvent à une lecture additive fautive (3+25).
- Ne pas confondre **apprentissage du code** et **construction du sens**.
- Ne pas se limiter aux exercices de décomposition tabulaire : privilégier les tâches qui obligent à raisonner et à comparer.
- Ne pas repousser trop tard la rencontre avec la droite graduée : c'est l'outil central pour donner une vision unifiée des nombres.