

Cycle 1 — « Acquérir les premiers outils mathématiques »

1) Idées-clefs et invariants didactiques

- **La grandeur** (longueur, masse, contenance, durée, etc.) se construit **avant** la mesure chiffrée : on **compare, ordonne, conserve** (invariance) puis on associe une **unité**. On ne compare pas des objets mais **la grandeur** qu'ils portent.
- **Chemin d'apprentissage** : *agir / percevoir* → *comparer* → *sérier* → *quantifier* → *mesurer* (passage du **qualitatif** au **quantitatif**). Les repères officiels insistent sur la **manipulation** et la **verbalisation** dès 3–5 ans.
- **Manipuler pour conceptualiser** : les travaux de **Toromanoff** soulignent l'intérêt d'ateliers concrets pour faire émerger la notion de grandeur avant l'outil (balance, récipients), puis pour réfléchir sur les procédures (remplir/verser, transvaser, aligner, superposer).

2) Progression structurée (exemples)

- **Longueurs** : juxtaposer / superposer → comparer « plus long/plus court » → ordonner 3–4 objets → utiliser une **unité intermédiaire** (une latte, une bande).
- **Masses** : pesée « à la main » → balance de Roberval sans nombres → distinction *lourd / léger* → ordonner 3 masses.
- **Contenances** : transvasements (sables/eau) → « autant que », « plus que » → récipient-étalon.
- **Durées** : rituels courts (sablier, chanson), ordre d'événements de la journée.
- **Prix (éveil)** : jeux symboliques d'achats avec jetons non numérotés.
Ces jalons sont explicités dans les ressources « premiers outils mathématiques » (entrée en vigueur 2025).

3) Obstacles typiques → remédiations immédiates

- **Confusion objet / grandeur** → reformuler : « On ne compare pas les dinosaures, on compare **leur longueur** ». Utiliser **la même unité** pour tous.
- **Illusions perceptives** (récipients étroits/large) → **passer par l'action** (verser-reverser) puis verbaliser.
- **Mesure « à l'œil »** → contraindre l'action (aligner sans chevauchement, remplir à ras).
- **Langage** : ancrer les **antonymes** (long/court, lourd/léger, plein/vide) et les **relations d'ordre** (plus que, moins que, autant que).

4) Tâches canoniques & dispositifs

- **Parcours de comparaison** : « Trouver un ruban **aussi long** que la table » (juxtaposition/étalon).

- **Ateliers de contenance** : « Combien de gobelets pour remplir **toujours** le même pot ? » (stabiliser l'unité).
- **Balance sans nombres** : tri de sacs de sable (plus lourd/moins lourd = flèche).
- **Durées** : « Ce qu'on peut faire avant que le sablier soit vide » (durée comme contrainte). Les fiches Éduscol encouragent manipulation, observation et contrôle de cohérence.

5) Évaluation (indicateurs observables)

- Compare correctement **deux grandeurs** (procédure d'alignement/transvasement OK).
- **Ordonne** 3 objets selon la grandeur visée.
- Utilise **unité-étalon** (bande, gobelet) de façon reproductible.
- **Verbalise** l'action (« j'aligne », « je verse ») et le résultat (« autant que », « plus que »).

Cycle 2 — « Sens de mesurer, unités usuelles, premiers calculs sur grandeurs »

1) Idées-clefs et invariants

- Passer de **comparer** à **mesurer** avec **unités conventionnelles** (cm, m, g, kg, L, min, h, €) ; l'**unité** est **choisie** pour être **pertinente** (taille de l'objet, précision attendue).
- **Additivité** des mesures (on peut additionner des longueurs homogènes) ; **transitivité** (si $A > B$ et $B > C$ alors $A > C$) : repères épistémologique-didactiques récurrents.
- **Estimer** avant de mesurer ; **contrôler** la cohérence du résultat (ordre de grandeur). Guides Éduscol 2016 → fiches d'activités (masses, longueurs) et pratiques actualisées.

2) Progression structurée (exemples CE1-CE2)

- **Longueurs** : unité-étalon → règle graduée → **alignements / segments consécutifs** → **périmètre** de polygones simples.
- **Masses / contenances** : instruments (balance à plateaux → électronique), lecture d'**étiquettes**, **ajouts/retraits**.
- **Durées** : lecture d'horloge (analogique/digitale), **chronologie** d'activités, addition/soustraction de durées simples.
- **Prix** : faire le total, rendre la monnaie (liens nombres & calcul). Ressources de cycle 2 mises à jour 2024-2025.

3) Obstacles typiques → remédiations

- **Unités hétérogènes additionnées** (cm + m) → **tableau d'homogénéisation** + reformulation « je convertis *avant* d'additionner ».
- **Instrument mal posé** (zéro décalé, lecture oblique) → **rituel de positionnement** (bord → zéro → œil perpendiculaire).
- **Confusion périmètre/aire** (fréquente dès le CE2) → parcours « **faire le tour** » vs « **recouvrir** » + affichage des **mots-gestes** (périmètre = contour, aire = surface couverte).
- **Durées** : addition « comme des nombres » (60-base) → **bandes de temps** + passage par l'horloge.

4) Tâches canoniques

- **Chaîne d'unités** : mesurer un couloir avec une latte de 1 m (estimation → comptage → contrôle à la règle).
- **Masses** : composer 750 g avec masses marquées (procédures, décompositions).
- **Contenance** : « recette-étalon » (combien de gobelets pour 1 L ?) → variation d'unités.
- **Périmètre** : bandelettes pour « faire le tour » d'une figure puis passage au calcul.
- **Durées** : planning d'une matinée → total des temps (bandes).
Fiches d'activités Éduscol « Masses », « Périmètre & aire » donnent des scénarios étayés.

5) Évaluation (critères observables)

- **Choisit** l'unité adaptée (cm/m, g/kg, L/mL, min/h) et **justifie**.
- **Met en œuvre** une procédure correcte avec instrument.
- **Homogénéise / convertit** avant calcul.
- **Estime** puis **contrôle** (ordre de grandeur).
- **Distingue** périmètre / aire en situation.

Cycle 3 — « Conversions raisonnées, proportionnalité, liens nombres-mesures »

1) Idées-clefs et invariants

- Généralisation du **système métrique** (tableaux de conversion **raisonnés**), articulation forte avec **nombres décimaux** et **proportionnalité**. Nouveau programme cycle 3 (BO 17 avril 2025) : usage accentué des décimaux et des liens directifs avec **grandeurs & mesures**.
- **Modéliser** des situations : périmètre, **aires usuelles**, **volumes/contenances**, **vitesse moyennes**, **échelles**, **pourcentages** dans l'OGD.

- **Démarche experte** : *estimer* → *choisir unité & précision* → *mesurer/calculer* → *argumenter/contrôler*. Les fiches Éduscol insistent sur la **vérification de cohérence**.

2) Progression structurée (exemples CM1→CM2)

- **Longueurs & périmètres** : polygones, cercles (périmètre), conversions $m \leftrightarrow km$, $cm \leftrightarrow m$.
- **Aires** : unités d'aire (cm^2 , m^2) → formules rectangles/triangles → **équivalences d'unités** ($dm^2 \leftrightarrow cm^2$).
- **Volumes / contenances** : pavés droits ($L \leftrightarrow dm^3$), **empilements** de cubes.
- **Durées & vitesses** : addition/soustraction de durées, vitesses moyennes simples.
- **Organisation & gestion de données** : **pourcentages, échelles, tableaux de proportionnalité** (recettes, agrandissements).

3) Obstacles typiques → remédiations

- **Conversions mécaniques** sans sens → **lignes d'unités + passerelle par la mesure physique** (ruban, mètre ruban) + **contrôle par ordre de grandeur**.
- **Aire vs périmètre** : réponses incohérentes (ex. agrandir le périmètre « augmente toujours » l'aire) → familles de rectangles « même périmètre / aires différentes » et inversement.
- **Litre/dm³** ignoré → manip' de conteneurs cubiques ($10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} = 1\text{ L}$) + schéma.
- **Durées** : erreurs base 60 → **lignes de temps** + décompositions (h/min/s) + contrôle par scénario réel.

4) Tâches canoniques

- **Rectangles iso-périmètre** : comparer aires et dégager contre-exemples.
- **Aire par pavage** → **formule** (rectangle/triangle).
- **Volumes & contenances** : remplir un pavé droit avec cubes → passage $dm^3 \leftrightarrow L$.
- **Échelles & vitesses** : carte simple ; calcul de distance/temps/vitesse.
- **Pourcentages** en OGD : remises, fréquentations, graphiques ; relier à proportionnalité.

5) Évaluation (critères observables)

- **Choisit** l'unité pertinente et **justifie** la précision.
 - **Convertit** en expliquant la **relation d'échelle** ($\times 10$, $\times 100$... ou base 60).
 - **Démontre** la distinction aire/périmètre par un **exemple construit**.
 - **Modélise** (tableau de proportionnalité, schéma) avant calcul.
 - **Vérifie** par estimation et **contrôle de cohérence** (ordre de grandeur).
-

Repères de didactique (transversal C1→C3)

- **Avant le nombre, la grandeur** : construire la **relation d'ordre** et l'**additivité** avec des procédures **non-numériques** (superposer, transvaser), puis passer à l'**unité conventionnelle**. Les guides Éduscol et les dossiers « Grandeurs & mesures » y insistent fortement.
- **Raison graphique et instrumentée** : l'instrument **contraint la pensée** (règle, balance, récipient) ; on enseigne aussi **comment** l'utiliser (zéro, horizontale, angle de vue).
- **Manipulations raisonnées** (Toromanoff) : les ateliers « manipuler-verbaliser-institutionnaliser » améliorent le passage **action → concept** (comparer/ordonner avant mesurer).
- **Définir « grandeur »** (Rouche) : ce qu'on compare et ordonne, indépendamment de l'objet ; aide à lever les confusions d'élèves (ex. objet gros mais léger).
- **Actualisation 2024-2025** : programmes Cycle 1 et ressources C2-C3 remis à jour ; au Cycle 3, liens renforcés **nombre décimaux ↔ grandeurs**.

Mini-banque de situations

Cycle	Grandeur	Situation	Objectif	Évaluation rapide
C1	Contenance	« Remplir le même vase » avec gobelet-étalon	Stabiliser unité non chiffrée	Remplit sans débord & énonce « autant que »
C1	Longueur	Rubans « aussi long que »	Comparer/ordonner	Procédure d'alignement correcte
C2	Longueur	Mesurer périmètre d'une table (bande → règle)	Estimer, mesurer, contrôler	Unité pertinente + contrôle d'ordre de grandeur
C2	Masse	Composer 750 g	Additivité, unités	Décomposition correcte + lecture d'instrument
C3	Aire	Rectangles iso-périmètre	Distinguer aire/périmètre	Argumente par contre-exemples + calcul d'aire
C3	Volume/Contenance	Pavé droit ↔ dm ³ /L	Relier unités	Schéma + égalité 1 dm ³ = 1 L justifiée
C3	OGD/Durée	Planning + pourcentages	Proportionnalité / base 60	Modèle (tableau/ligne) + cohérence du résultat